

治疗超声 原理与应用

曾德平

第2章 声学基础

- 2.1 现代声学的基础研究内容及频率范围
- 2.2 声波与声压的概念
- 2.3 波动方程及其解
- 2.4 描述声场的其它物理量

第3章 超声波的产生

P13～56

参考书

- 《声学基础》 杜功焕 朱哲民 龚秀芬
南京大学出版社 2001年第2版
- 《现代压电学》 张福学 科学出版社
2002年第1版
- 《超声换能器的原理及设计》 林书玉
科学出版社 2004年6月第1版

重点

2.2 声波和声压的概念

2.3.1 理想流体媒质的三个基本方程

3.1.1 压电原理

3.1.2 各种压电材料的参数

第2章 声学基础

2.1 现代声学的基础研究内容及频率范围

声学 是研究声波的产生、传播、接收和效应的科学，它是物理学的一个重要分支。

声波 是机械振动在弹性媒质中的传播

声场 媒质中有声波存在的区域

数学 物理学
化学

工程学

地球科学

海洋学

其它分支

物理学

电工
化工

地球和
大气物理

水声学

物理学
声学

电声学
和超
声工程

声学
冲击
噪声

机械
工程

地震学
大气声学

基础物理声学
机械辐射声学
声子

室内
声学

建筑
工程

医学

生物
声学

听觉

心理学
声学

通讯

乐器
乐律

表演
艺术

生理学

心理学

语言
学

音乐

艺术

生命科学

声学的基本内容与分支

声学的基本内容与分支

- 内容非常丰富
- 很强的“外在性”，与其它学科的关系

声学与光学研究方法的比较

相似处：声波和光波都是波动，使用两种方法时，都运用了波动过程所应服从的一般规律，包括量子概念(声的量子称为声子)。

不同处：光波是横波，声波在气体中和液体中是纵波，而在固体中有纵波，有横波，表面波等，情况更为复杂；声波比光波的传播速度小得多；一般物体和材料对光波吸收很大，但对声波却很小。

声波与电磁波的比较

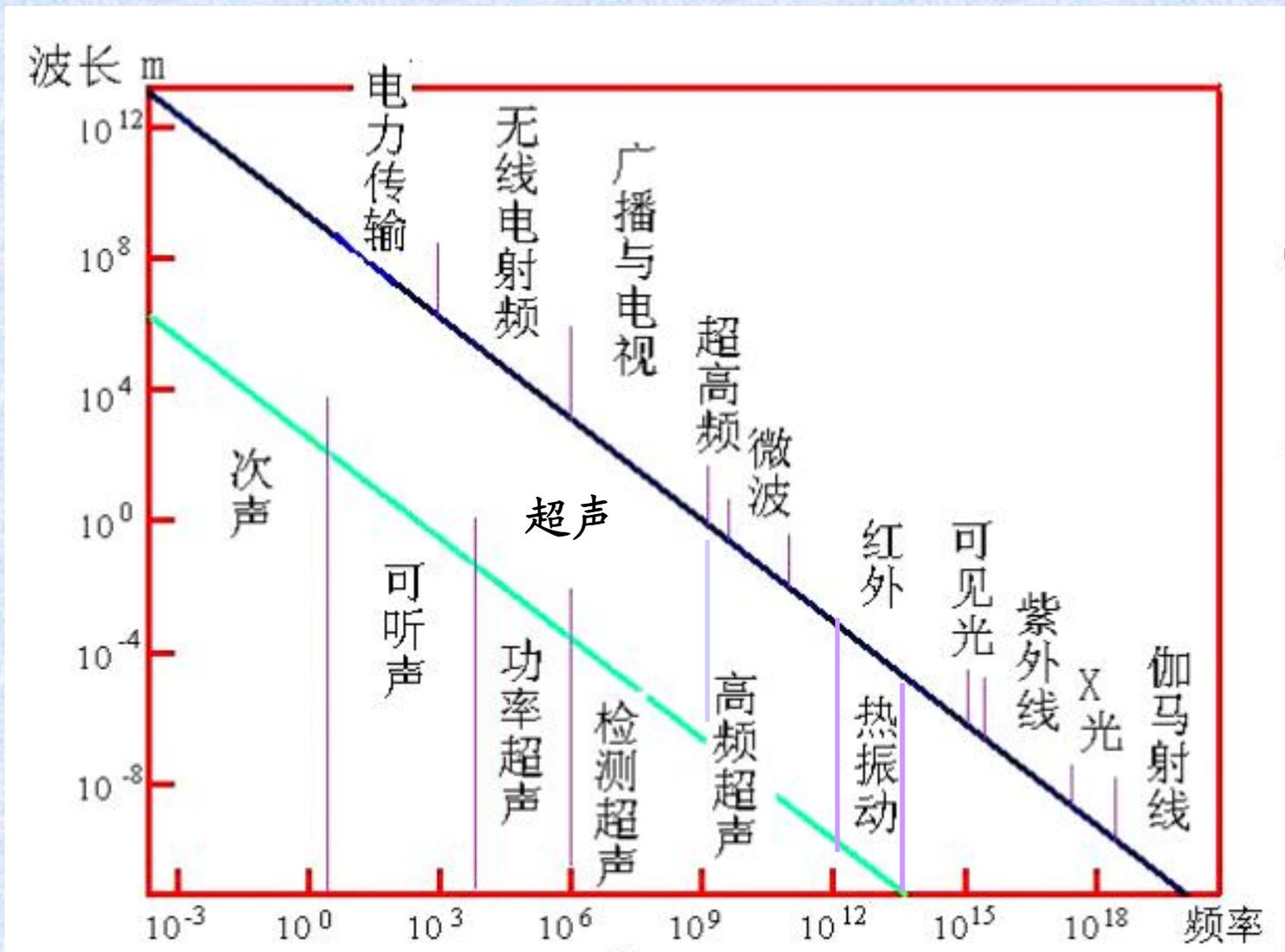
{ 声波 机械振动在弹性介质中的传播.
电磁波 交变电磁场在空间的传播.

两类波的不同之处

- ❖ 声波的传播需有传播振动的介质;
- ❖ 电磁波的传播可不需介质.

两类波的共同特征

- ☐ 能量传播
- ☐ 反射
- ☐ 折射
- ☐ 干涉
- ☐ 衍射



声波与电磁波的频谱对照

声波的频率范围

- 次声波： $< 20\text{Hz}$
- 可听声波： $20\text{Hz} \sim 20\text{kHz}$
- 超声波： $20\text{kHz} \sim 1\text{GHz}$
- 特超声波： $> 1\text{GHz}$

次声波

- **特点：** 1. 人耳听不到
2. **衰减极小**，具有远距离传播的突出特点。
- 已形成现代声学的一个新的分支—**次声学**



次声技术已经广泛用于地震、
台风预报，海洋、地球的遥
感遥测

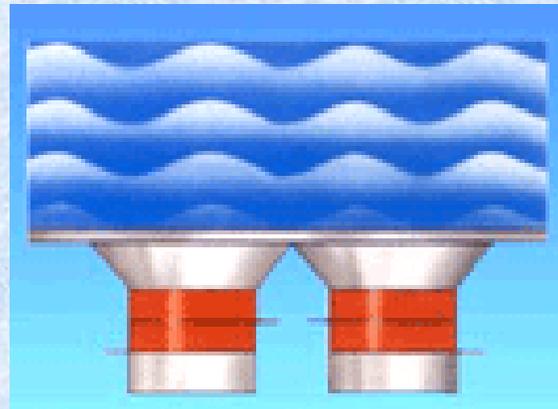
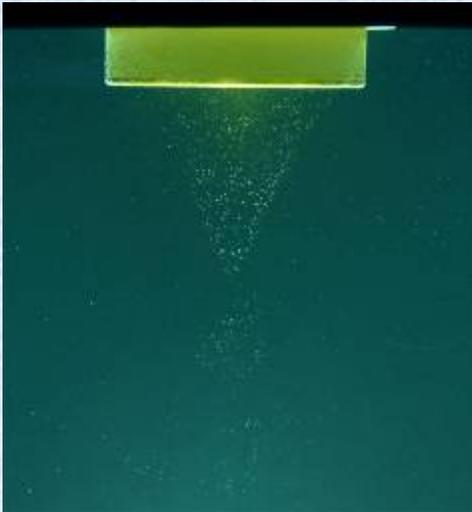
可听声波

- 在可听见的声波（**20~20000Hz**）频率范围内。人耳感官可以感受到的声波，有规律的悦耳声音叫音乐，没有规律的刺耳声音叫噪音。响度、音调和音色是决定音乐特征的三个因素。
- 它是人类进行思想感情交流的主要信息载体，对人类社会的形成、发展的重要性是不言而喻的。

超声波

- 当声波的振动频率 $>20\text{kHz}$ 时，我们便听不见了。

特点：超声波具有方向性好，穿透能力强，易于获得较集中的声能。在液体、固体中传播时，衰减减小，能量高等。



超声波的用途

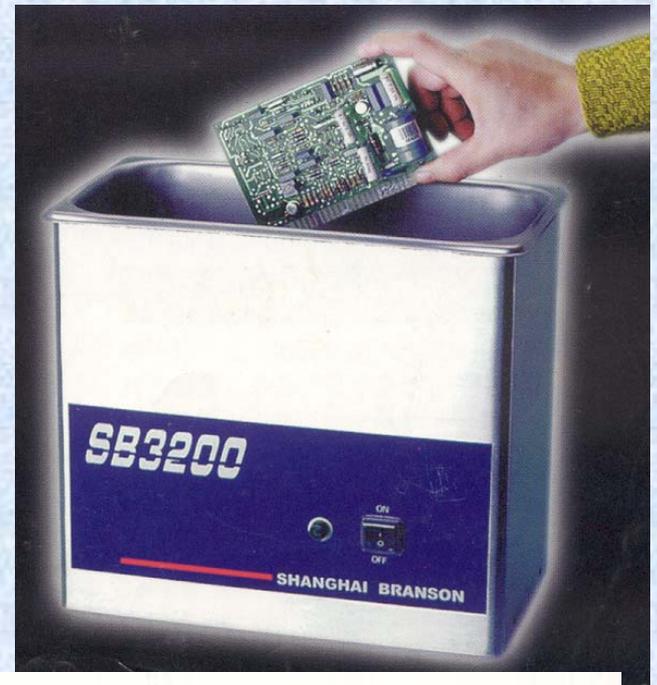
- 超声波是一种波动形式，它可作为探测负载信息的载体和媒介；同时又是一种能量形式，它可以与传播媒质相互作用，去影响、改变媒质的状态、性质及结构，前者称为被动应用，后者称为主动应用。

超声技术的应用

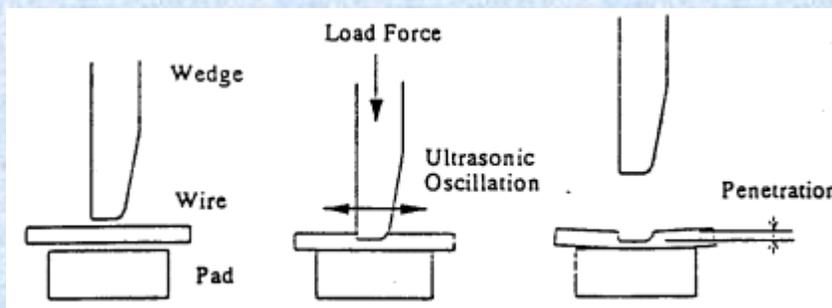
被动应用	水下定位与探测：声纳、导航、海洋资源开发
	工业超声检测：探伤、测厚、测速、流量计
	超声测井：石油、煤田勘探、工程地质和水位地质评价
	超声诊断：A型、B型、M型、D型及彩超
	超声用于研究物质结构：分子声学、量子声学
主动应用	工业应用：清洗、焊接、加工、冷拉管
	医学应用：理疗、治癌、体外碎石、牙科
	生物学应用：剪切大分子、破坏细胞、生物工程及种子处理
	化学应用：声化学用于促进均相反应、乳化反应及其它多相反应
	化工应用：电镀、结晶、雾化、分离、过滤等

形形色色的超声处理

超声清洗



超声金属焊接



超声外科手术刀



特超声

频率 $> 1\text{GHz}$ 的声波称为特超声。特点：衰减很大，一般要在液氮低温下固体中才能传播，否则晶格振动会使它很快衰减。利用它研究物质的分子和原子结构，使声学研究从宏观进入了微观——量子声学。

超声波分类

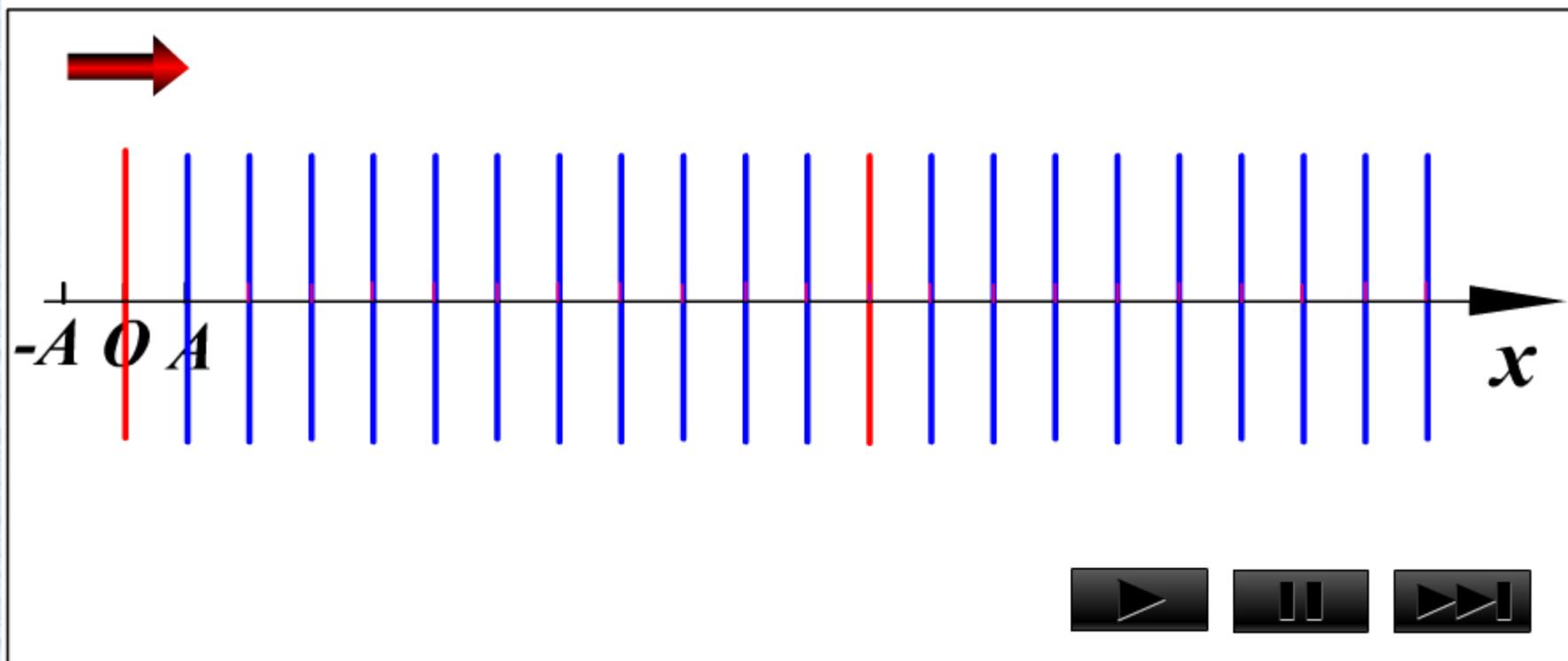
根据质点振动方式和声波传播方法分类：

① 纵波

② 横波

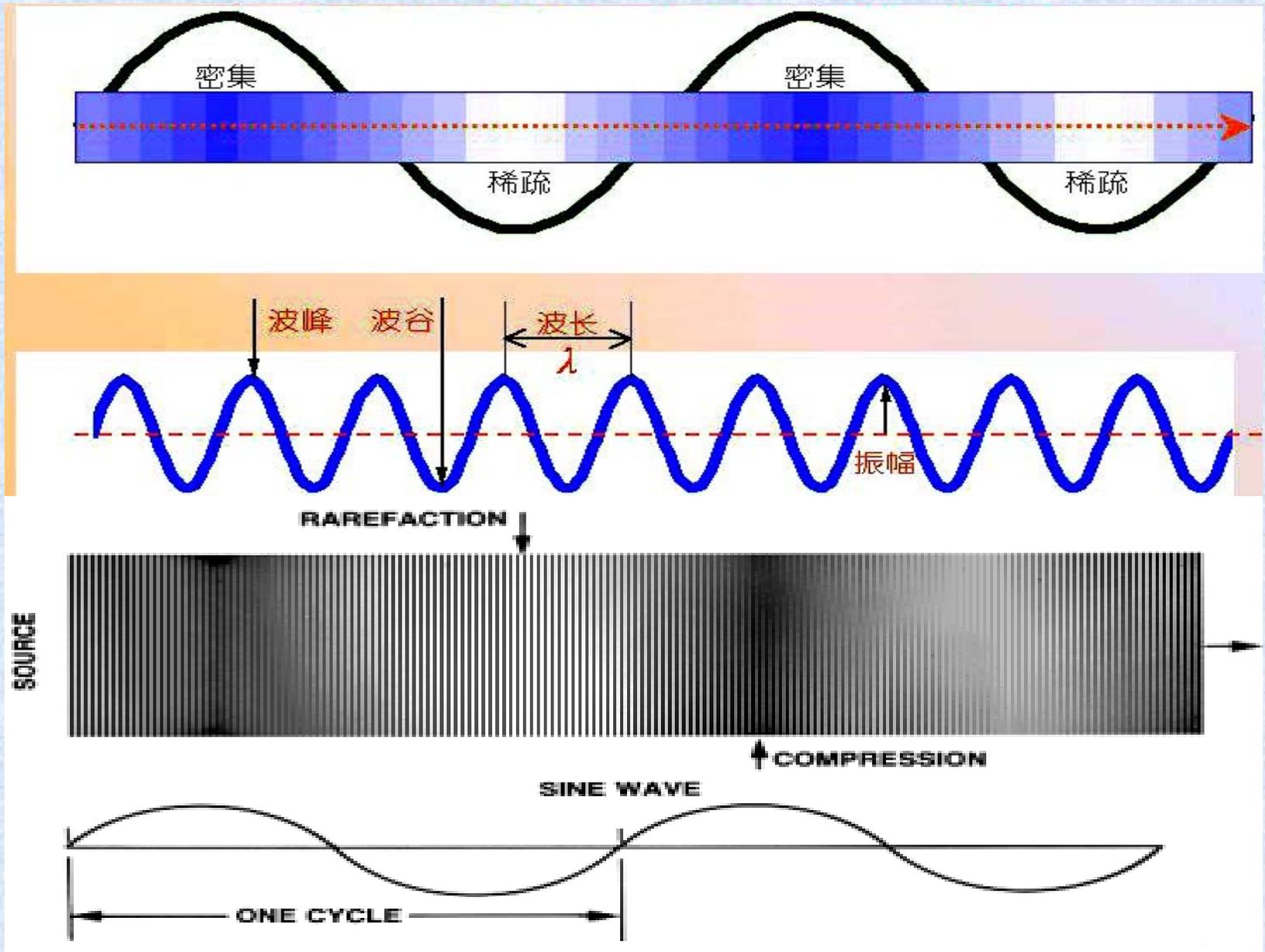
横波只能在具有剪切弹性的固体中传播,它在生物组织内具有很大的衰减,人体软组织是纵波适合传播的媒质。

纵波：质点振动方向与波的传播方向互相**平行**的波。
(可在固体、液体和气体中传播)



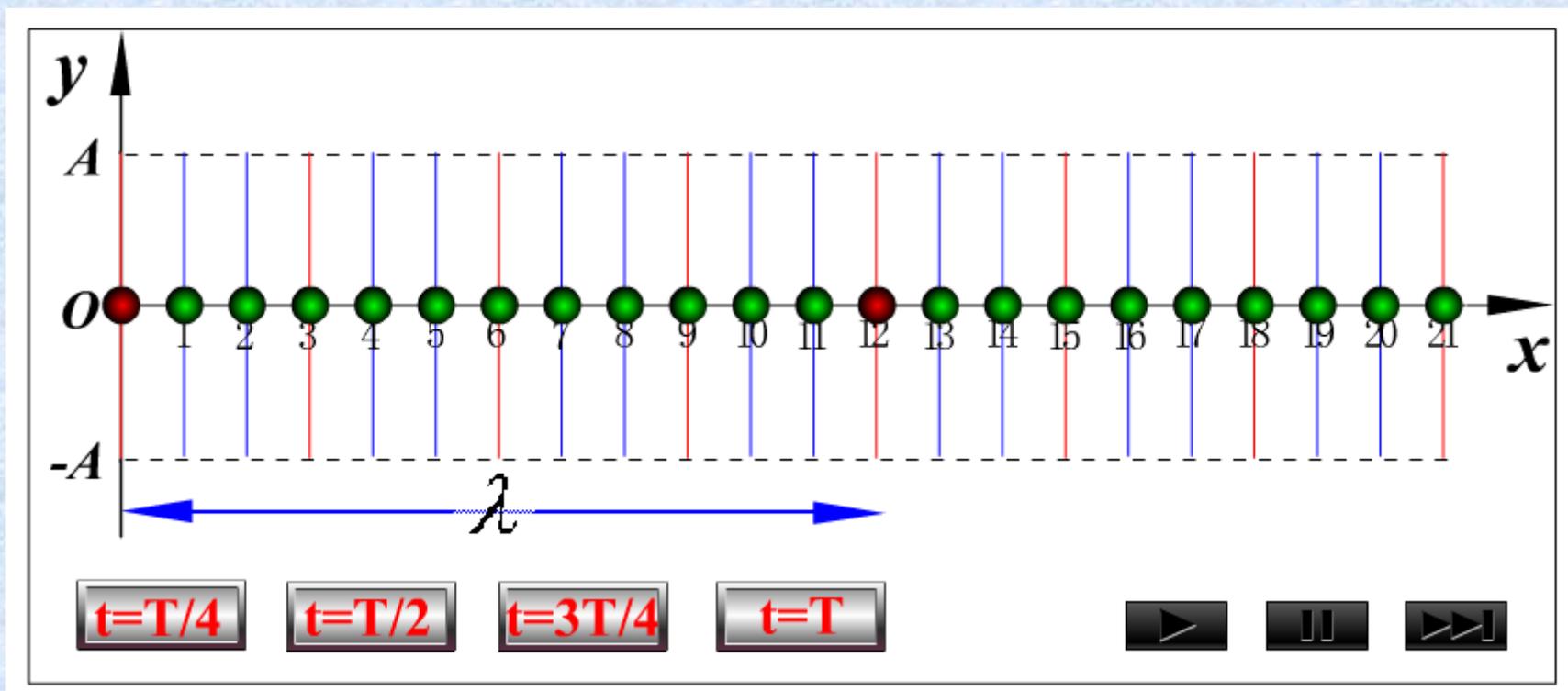
➤ 特征：具有交替出现的密部和疏部。

纵波



横波：质点振动方向与波的传播方向相**垂直**的波。

（仅在固体中传播）



➤ 特征：具有交替出现的波峰和波谷。

表面波



2.2 声波和声压的概念

- **声波** 是机械振动在弹性媒质中的传播

- **形成声波的条件**

1. 声源的机械振动:

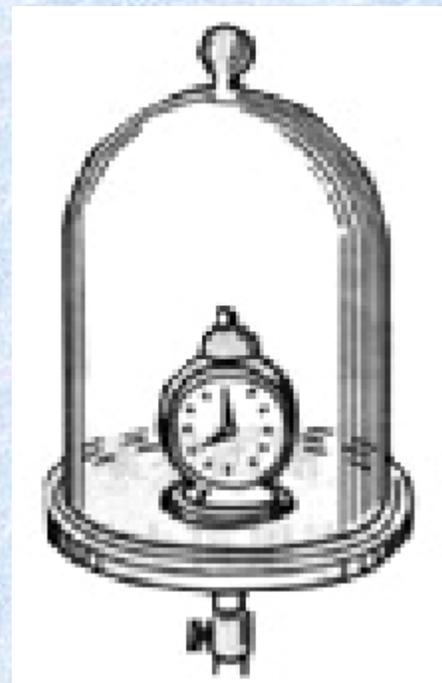
自然发声体, 人工换能器

2. 弹性媒质:

具有质量和弹性的连续物质

真空和理想的刚体不能形成声波

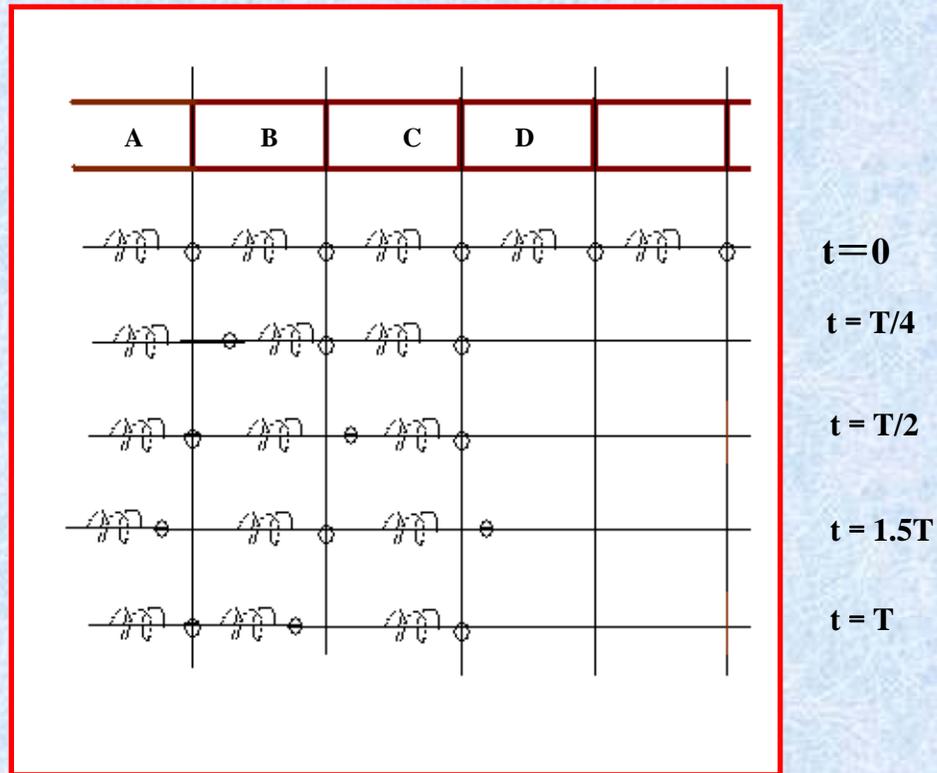
弹性媒质包括气、液、固和凝聚体



- 为简化分析，着重讨论理想流体媒质（即均匀、各向同性、不存在粘滞性阻尼）。理想流体媒质的弹性主要表现在体积改变时出现的恢复力，不会出现切向恢复力，所以理想流体媒质中声振动传播的方向与质点振动方向是一致的，也就是重点讨论的纵声波。

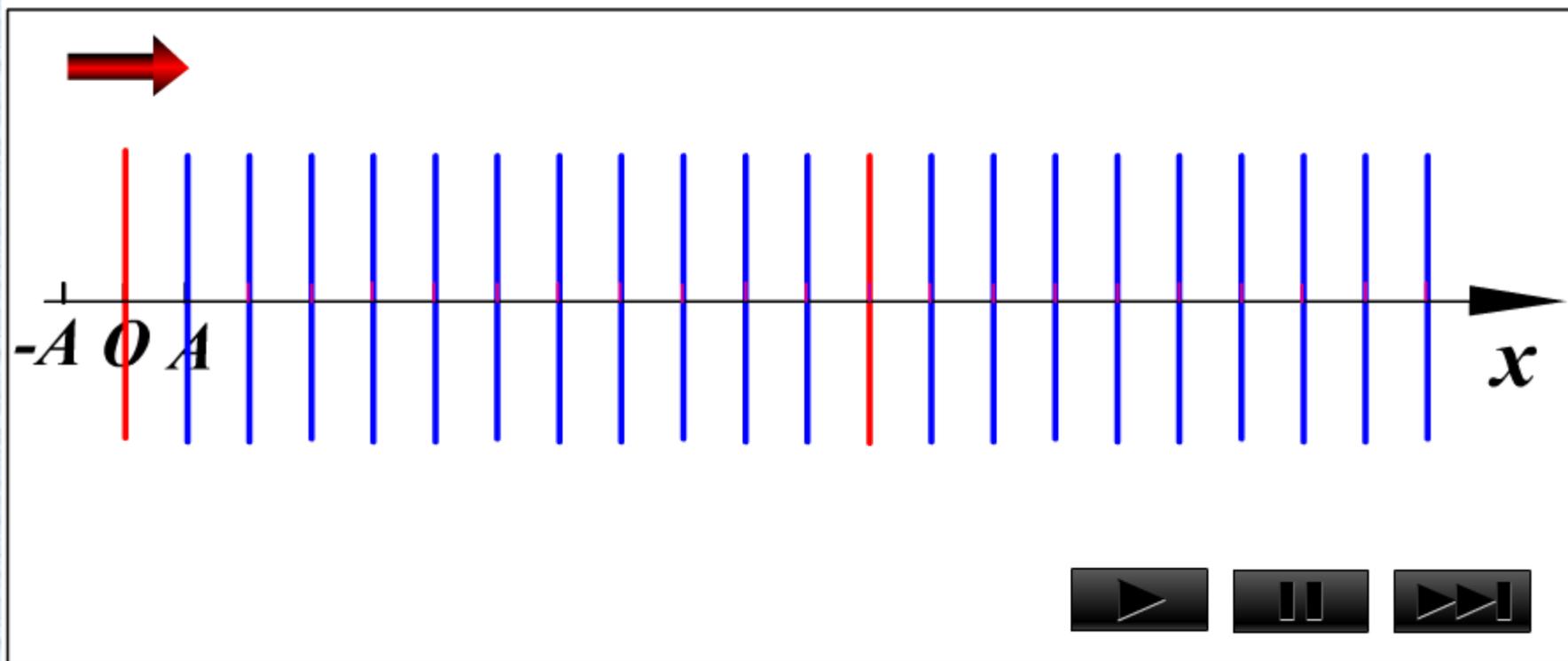
2.2 声波和声压的概念

声波的传播过程



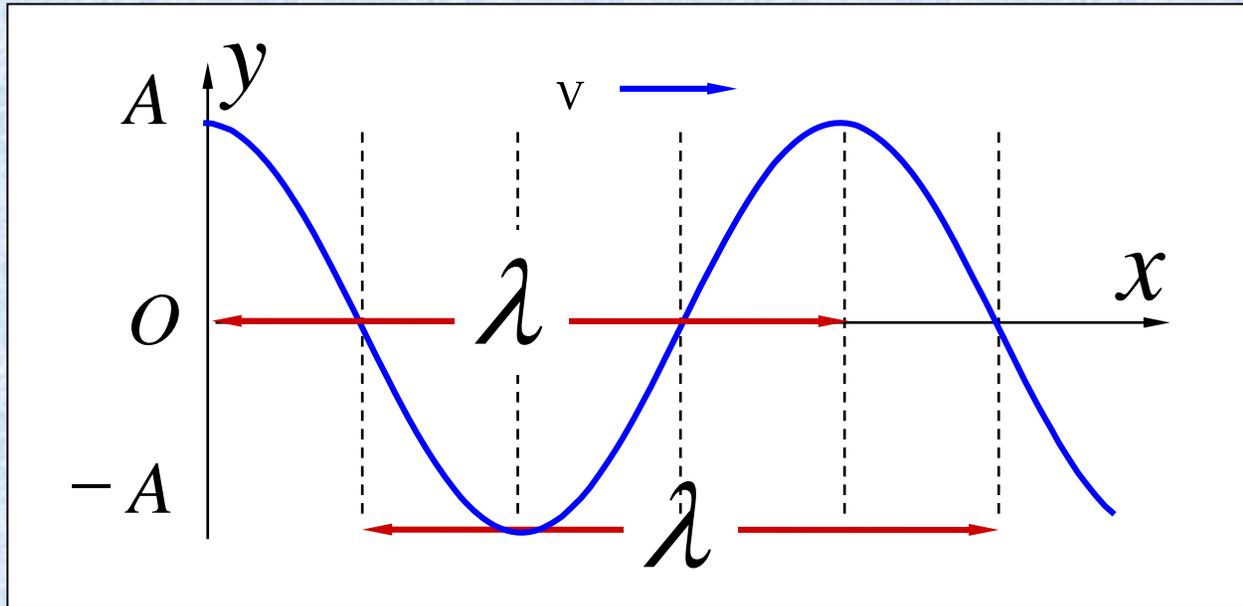
质点“.”代表媒质中的一个微小体积元 dV ，质量 m ，密度 ρ

纵波：质点振动方向与波的传播方向互相**平行**的波。
(可在固体、液体和气体中传播)



➤ 特征：具有交替出现的密部和疏部。

波长 波的周期和频率 波速



波长 λ ：沿波的传播方向，两个相邻的、相位差为 2π 的振动质点之间的距离，即一个完整波形的长度。

 **周期** T : 波前进一个波长的距离所需要的时间. 单位 s

 **频率** f : 周期的倒数, 即单位时间内波动所传播的完整波的数目. 单位 Hz

$$f = 1/T$$

 **声速** C : 波动过程中, 某一振动状态单位时间内所传播的距离, 单位 s/m

$$C = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

$$\lambda = \frac{C}{f} = TC$$

 **注意**

周期或频率只决定于波源的振动!

声速只决定于媒质的性质 (弹性及密度) !

- 声速、频率与波长的关系

$$C = \lambda \times f \quad \text{或} \quad f = C / \lambda \quad \text{或} \quad \lambda = C / f$$

频率 MHz	1	2	2.5	3.0	3.5	5.0	7.5	10	15
波长 mm	1.5	0.75	0.6	0.5	0.43	0.3	0.2	0.15	0.1

质点振动速度 v ：由于声波扰动引起的介质质点运动速度的变化量

声 压

声压 p : 由于声波扰动引起介质质点压强的变化, 这种**变化量**称为声压。

某一点在某一瞬时的压强 P' 与没有声波时的压强 p_0 的差, 叫该点处该瞬时的声压。

声压的大小反映了声波的强弱, 声压的单位是帕斯卡 **Pa**

$$p = P' - P_0$$

声 压

- 声压的表达式

$$p = p(x, y, z, t) \quad (\text{直角坐标})$$

$$p = p_a \cos(\omega t + \phi_0) \quad (\text{简谐振动})$$

p : 瞬时声压 p_a : 声压幅度, $\omega = 2\pi f$ 圆频率

有效声压 p_e :

$$p_e = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [P_a \cos(\omega t + \phi_0)]^2 dt}$$

稀疏区声压为负，稠密区声压为正值。

由于疏密的周期性，声压也是周期变化

声 压

- 声压的单位： P_a

$P_a = 1 \text{ N/m}^2$ 基本单位

巴 bar 或大气压 atm

$$1 \text{ bar} = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

换算关系 $1 P_a = 10 \mu \text{ bar} = 10^{-5} \text{ atm}$

$$1 \text{ bar} = 1 \text{ atm} = 10^5 P_a = 0.1 \text{ atm}$$

声 压

典型数据

人耳刚刚能听到的1000Hz纯音的最低声压（称为听阈）为 $20 \mu \text{Pa}$ ；房间中相互谈话的声压约 0.02Pa ；飞机起飞（距离25m）噪声声压约 200Pa 。在医学超声中，超声理疗的输出声压约 10^3Pa ；高强度聚焦超声的焦点处声压约为 10^5Pa ；而体外冲击波碎石机的焦点处声压可高达 100MPa 。

小 结

- 声学的基本研究范围
- 声波和声压的概念

参数 dV 、 m 、 ρ 、 C 、 T 、 f 、 λ 、 V 、
 P 、 Pa 、 Pe

作业

在室温下，已知空气中的声速 C_1 为340 m/s，水中的声速 C_2 为1450 m/s，求频率为200 Hz和2000 Hz的声波在空气中和水中的波长各为多少？

2.3 波动方程及其解

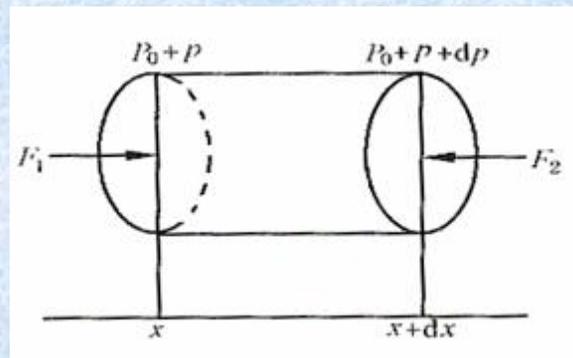
- 所谓波动方程，是指通过声场中声压 p ，质点速度 v ，密度 ρ ，温度 T 等物理参量随时间-空间的变化，来描述声场特性的数理方程。
- 声振动作为一个宏观的物理现象，必然要满足三个基本的物理定律，即牛顿第二定律、质量守恒定律及热力学定律。声波传播的基本规律可以通过三个方程表示，即：连续性方程、运动方程和状态方程。
- 为简化，现考虑理想流体媒质的情况。

2.3.1 理想流体媒质的三个基本方程

- (1) 媒质为理想流体，即媒质中不存在粘滞性，声波在这种理想媒质中传播时没有能量的耗损。
- (2) 没有声扰动时，媒质在宏观上是静止的，即初速度为零。同时媒质是均匀的，因此媒质中静态压强 P_0 ，静态密度 ρ_0 都是常数。
- (3) 声波传播时，媒质中稠密和稀疏的过程是绝热的，即媒质与毗邻部分不会由于声过程引起的温度差而产生热交换。也就是说，我们讨论的绝热过程。
- (4) 媒质中传播的是小振幅声波，各声学参量都是一级微量，声压 p 甚小于媒质中静态压强 P_0 ；质点速度 v 甚小于声速 c_0 ；质点位移甚小于声波波长；媒质密度增量甚小于静态密度 ρ_0 ；或密度的相对增量小于1。

运动方程——牛顿第二定律

设想在声场中取一足够小的体积元如图所示，其体积为 Sdx (S 为体积元的垂直于 x 轴的侧面的面积) 由于声压 p 随位置 x 而异，因此作用在体积元左侧面与右侧面上的力是不相等的，其合力就导致这个体积元里的质点沿 x 方向的运动。



当有声波传过时体积元左侧面处的压强为 $P_0 + p$, 所以作用在该体积元左侧面上的力为 $F_1 = (P_0 + p) S$, 体积元右侧面处的压强为 $P_0 + p + dp$, 其中 $dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx$

于是作用在该体积元右侧面上的力为

$$F_2 = (P_0 + p + dp) S,$$

因而作用在该体积上沿 x 方向的合力为

$$F = F_1 - F_2 = -S \frac{\partial p}{\partial x} dx.$$

它在力 F 作用下得到沿 x 方向的加速度为

$$\frac{dv}{dt}$$

该体积元内媒质的质量为 $\rho S dx$

因此据牛顿第二定律有

$$\rho S dx \frac{dv}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x} S dx,$$

整理后可得

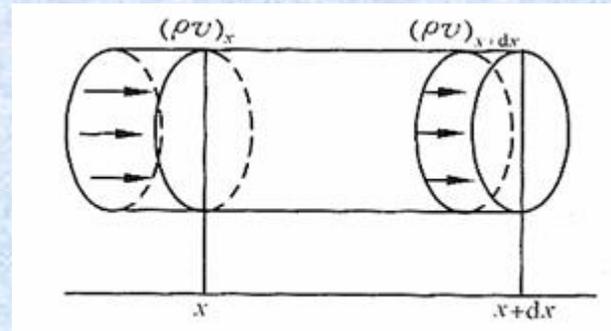
$$\rho \frac{dv}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x}.$$

运动方程描述声场中声压 p 与质点速度 v 之间的关系

连续方程，即质量守恒定律

- 连续性方程实际上就是质量守恒定律，即媒质中单位时间内流入体积元的质量与流出该体积元的质量之差应等于该体积元内质量的增加或减少。

设想在声场中取一足够小的体积元



体积元左侧面 x 处，媒质质点的速度为 $(v)_x$ ，密度为 $(\rho)_x$ ，则单位时间内流过左侧面进入该体积元的质量应等于截面积为 S 、高度为 $(v)_x$ 的柱体体积内所包含的媒质质量即 $(\rho v)_x S$ ；在同一单位时间内从体积元经过右侧面流出的质量为 $-(\rho v)_{x+dx} S$ ，负号表示流出。（取其泰勒展开式的一级近似即）

单位时间内流入体积元的净质量为 $-\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} S dx$

另一方面，体积元内质量增加，则说明它的密度增大了，设它在单位时间内的增加量为 $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ ，那么在单位时间内体积元质量的增加则为 $\frac{\partial \rho}{\partial t} S dx$ 。

质量守恒，
得 $-\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} S dx = \frac{\partial \rho}{\partial t} S dx$,

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

描述声场中媒质密度 ρ 与质点速度 v 关系

物态方程——热力学定律

当声波传过该体积元时，体积元内的压强、密度、温度都会发生变化。当然这三个量的变化不是独立的，而是互相联系的，这种媒质状态的变化规律由热力学状态方程所描述。因为即使在频率较低的情况下，声波过程进行得还是比较快，体积压缩和膨胀过程的周期比热传导需要的时间短得多。因此在声传播过程中，媒质还来不及与毗邻部分进行热量的交换，因而声波过程可以认为是绝热过程，这样，就可以认为**压强 P 仅是密度 ρ 的函数** $P = P(\rho)$ 。

因而由声扰动引起的压强和密度的微小增量则满足

$$dP = \left(\frac{dP}{d\rho} \right) d\rho \longrightarrow dP = c^2 d\rho \longrightarrow c^2 = \left(\frac{dP}{d\rho} \right)$$

描述声场中声压与媒质密度的关系

线性声波的波动方程

前面已经求得了有声扰动存在时理想流体媒质的三个基本方程，但这些方程中各声学量之间的关系都是非线性的，因此还不可能从这些方程中消去某些物理量以得到用单一参量表示的声波方程。但是如果我们**假设**，声波的振幅比较小、声波各参量以及它们随位置、随时间的变化量都是微小量，并且它们的平方项以上的微量为更高级的微量，因而可以忽略。那么，三个基本方程即可得到简化

线性声波的波动方程

- 运动方程

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} \longrightarrow \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

- 连续方程

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \longrightarrow \rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial \rho'}{\partial t}$$

- 物态方程

$$dP = c^2 d\rho \longrightarrow p = c_0^2 \rho'$$

- 一维线性波动方程

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

这就是均匀的理想流体媒质
中小振幅声波的波动方程

2.3.3 三维波动方程

可以证明： p 和 ρ' 的三维波动方程都具有下面形式

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

\mathbf{v} 的三维波动方程则具有下面形式：

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2}$$

引入拉普拉斯算符

直角坐标系:
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

球坐标系:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

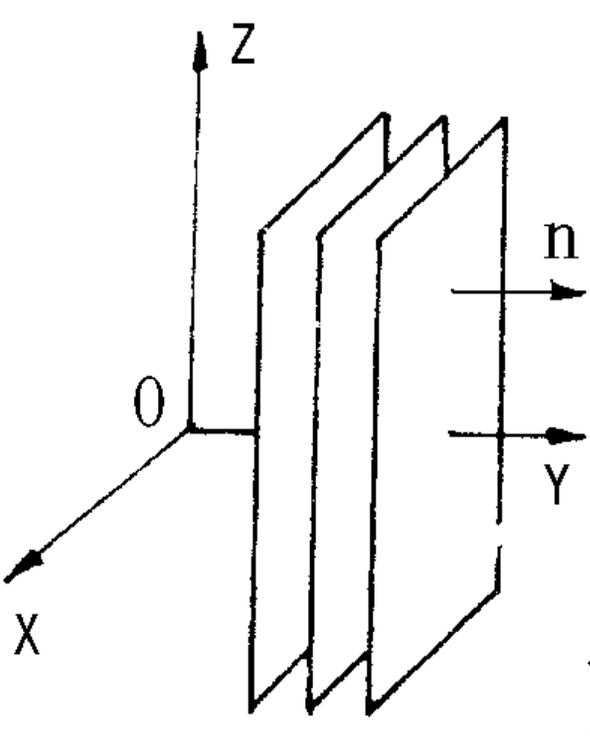
r 为球半径, φ 为方位角, θ 为极角。

柱坐标系:
$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

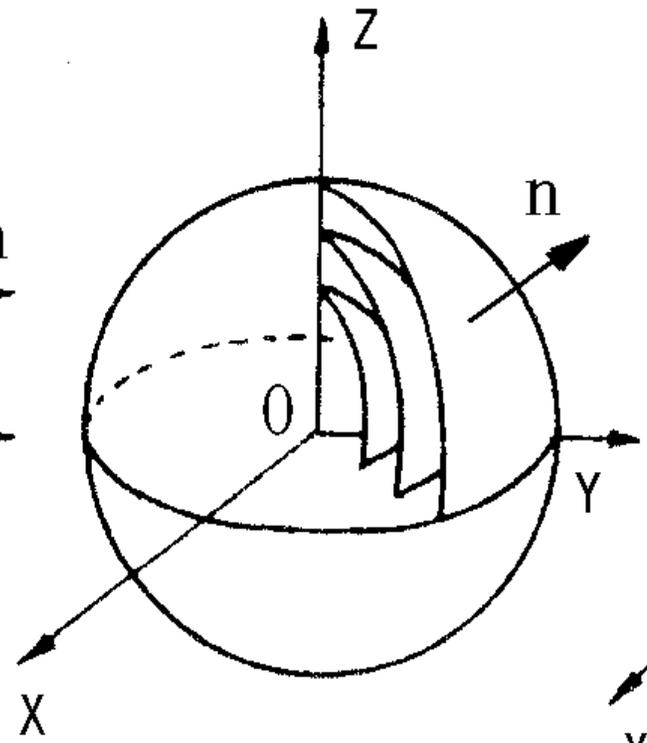
r 为圆柱半径, φ 为方位角, z 为轴向坐标

2.3.4 平面波波动方程的解

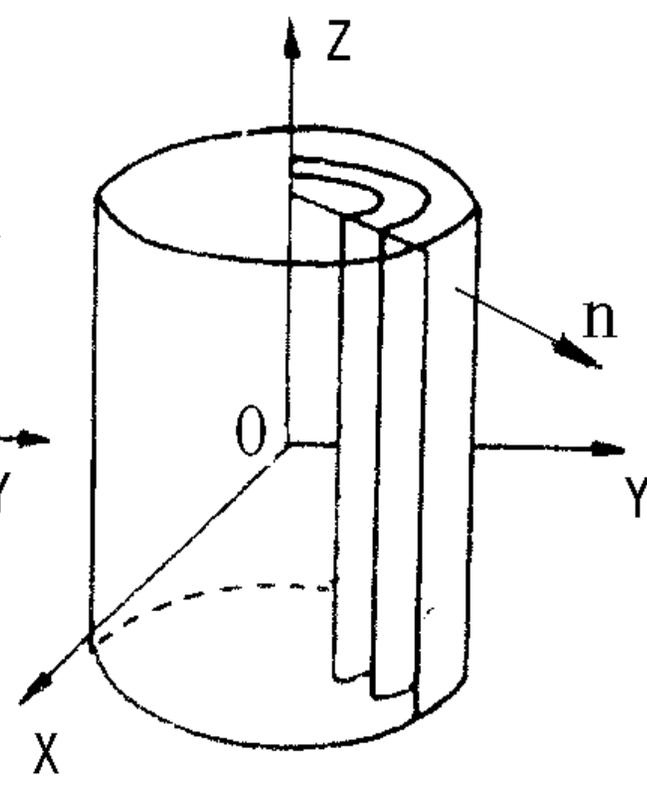
- 在弹性媒质中传播时，按波阵面分类
 - ①平面波：波阵面为一平行平面的波。
 - ②球面波：波阵面为同心球面的波。
 - ③柱面波：波阵面为同轴柱面的波。



(a)



(b)



(c)

2.3.4 平面波波动方程的解

- 设想在无限均匀媒质里有一个无限大平面刚性物体沿法线方向来回振动，这时所产生的声场显然就是平面声波

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

一维线性波动方程
二阶线性偏微分方程

解方程 ↓

$$p(t, x) = Ae^{j(\omega t - kx)} + Be^{j(\omega t + kx)}$$

上式的第一项代表了沿正 x 方向行进的波，
第二项代表了沿负 x 方向行进的波

- 既然讨论无限媒质中平面声波的传播，因此可假设在波传播途径上没有反射体，这时就不出现反射波，因而 $B = 0$ ，所以就简化为：

$$p(t, x) = A e^{j(\omega t - kx)}$$

- 再设 $x = 0$ 的声源振动时，在毗邻媒质中产生了 $p_a e^{j\omega t}$ 的声压，这样就求得 $A = p_a$ ，于是就求得了声场中的声压为

$$p(t, x) = p_a e^{j(\omega t - kx)}$$

平面声波波动方程的解

$$\text{波数 } \mathbf{K} = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

2.4 描述声场的其它物理量

1. 声波的传播速度 C

$$C_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$c = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s}$$



$$C_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$

P_0 : 静压强, ρ_0 : 静密度, γ : 气体定压比热容与定容比热容的比值

声速大小取决于媒质的可压缩性

- 声速的具体表达式由媒质所处状态下压强 P 与密度 ρ 的依赖关系确定
- 气体的声速低于液体的声速, 绝大多数液体的声速低于固体

不同介质下的声速

	物质	温度 (°C)	声速 (m/s)
气体	氦	0	965
	空气	20	344
	空气	0	332
	氮	0	334
	氧	0	331
液体	水	25	1498
	水	20	1483
固体	玻璃		5000~6000
	铁		5000~6000
	铅		2100
	塑料		1800

2. 质点速度和声阻抗率

- 质点速度可由运动方程导出。仍考虑一维、线性情况

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \longrightarrow v = -\frac{1}{\rho_0} \int \frac{\partial p}{\partial x} dt$$

$$p(x, t) = p_a e^{j(\omega t - kx)}$$

质点速度为

$$v = \frac{p_a}{\rho_0 c_0} e^{j(\omega t - kx)}$$

质点振动速度与声速是完全不同的两个概念

如果设 $p_a = 0.1 \text{ Pa}$ (约相当于人们大声讲话时的声压) , 可求得

$$v_a = \frac{p_a}{\rho_0 c_0} \approx 2.5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

质点速度和声阻抗率

- **声阻抗率**：媒质中某一点的声压与质点速度的复数比值，单位为帕[斯卡]秒每米，Pa·s/m，符号 Z_s 。

$$Z_s = \frac{P}{v}$$

- 平面波的声阻抗率

$$Z_s = \pm \rho_0 c_0$$

说明：1. “+”号代表平面前进波，“-”号代表平面反射波
2. 平面波声阻抗是实数，且只取决媒质本身的特性，与声波无关。

- 声阻抗率 Z 物理意义:

1. 它可以作为识别平面声波的特征之一;

2. 在不同媒质界面的阻抗匹配中, 乘积作为整体的作用比它们单独作用更大。因为我们可以分别调整 ρ_0 或 C_0 , 达到阻抗匹配的目的。这在多层媒质透声, 特别是声换能器结构设计等方面非常有用。

媒质的声阻抗

媒质		声速 (m/s)	密度 (kg/m ³)	声阻抗(kg/m ² s)
空氣	0°C	3.32×10^2	1.29	4.28×10^2
	20°C	3.44×10^2	1.21	4.16×10^2
水 (20°C)		14.8×10^2	988.2	1.48×10^6
脂肪		14.0×10^2	970	1.36×10^6
脑		15.3×10^2	1020	1.56×10^6
肌肉		15.7×10^2	1040	1.63×10^6
骨密质		36.0×10^2	1700	6.12×10^6
钢		50.5×10^2	7800	39.4×10^6

• 球面波

$$Z = \rho_0 c \frac{(kr)^2}{1 + (kr)^2} + i\rho_0 c \frac{kr}{1 + (kr)^2} = \frac{\rho_0 ckr}{\sqrt{1 + (kr)^2}} e^{i\varphi}$$

说明： 近距离，声压和振速的相位差很大；
远距离，声压和振速的相位接近相等。

柱面波：

$$Z = i\rho_0 c \frac{H_0^{(2)}(kr)}{H_1^{(2)}(kr)}$$

说明： 具有与球面波声阻抗率相似的性质。

注意： 柱面波和球面波在远场近似为平面波，即

$$Z = \rho_0 c$$

2.4.3 声场中的能量

- **声能**：由于声波传播而引起的介质能量的增量称为声能；
- **声场总能量**：动能+势能

体积 V_0 内的总声能为：

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} \rho_0 \left(v^2 + \frac{p^2}{\rho_0^2 c_0^2} \right) V_0 \quad \text{适用各种波型}$$

对平面波 $E = V_0 \frac{p_a^2}{\rho_0 c_0^2} \cos^2(\omega t - kx)$

平均声能 $\overline{\Delta E} = \frac{1}{T} \int_0^T \Delta E dt = \frac{1}{2} V_0 \frac{p_a^2}{\rho_0 c_0^2}$

声能密度：单位体积内的平均声能量

单位体积内的瞬时声能密度为：

$$\varepsilon_i = \frac{1}{2} \rho_0 \left(v^2 + \frac{p^2}{\rho_0^2 c^2} \right)$$

平均声能密度：

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\overline{\Delta E}}{V_0} = \frac{p_a^2}{2\rho_0 c_0^2}$$

2.4.3 声功率 w 和声强 I

声功率 w : 是指平均声功率, 它定义为单位时间内通过与声传播方向垂直的面积 S 的声能。单位为瓦, 符号为 W , $1W=1J/s$, J -焦耳

$$\text{声功率 } \bar{W} = \bar{\epsilon} c_0 S$$

声强 I : 定义为通过与声传播方向垂直的单位面积上的声功率。单位为瓦每平方米, W/m^2 。在超声医学中, 常用的单位是 W/cm^2

$$I = \frac{\bar{W}}{S} = \frac{p_a^2}{2\rho c_0} = \frac{p_e^2}{\rho_0 c_0} = \rho_0 c_0 v_e^2$$

说明 $I \propto P_e^2 \propto v_e^2$

声压级、声功率级、声强级

上面提到的声压、声功率、声强等等，其量值的变化范围甚大，往往达到十几个数量级。因此，使用对数标度要比绝对标度方便。另外，在可听声频段，人耳听觉对这些声学量的响应，并不与这些量成线性关系，而是符合对数关系。而在超声频段，也有某些声学量，如媒质中的声衰减等，本身呈现指数规律，更适合对数表示。因而在超声测量与计量中，广泛使用对数标度。

- 声学中规定，一个量与同类基准量（reference quantity）之比的对数称为级，它代表该量比基准量高出多少数量级。为具体表示级的大小，必须明确规定对数的底、基准量，并给出相应的单位。

贝[尔]数 = $\log_{10} \frac{W_2}{W_1}$ (B) , 其中W代表功率类比量

分贝数 = $\log_{10} \frac{P_2^2}{P_1^2} = 2\log_{10} \frac{P_2}{P_1}$ P代表电压类比量

$$= 10\log_{10} \frac{W_2}{W_1} = 20\log_{10} \frac{P_2}{P_1} \text{ dB}$$

1 dB = 0.1B

声压级、声功率级、声强级

1. 声压级，表示SPL或 L_p ，定义为

$$L_p = 20 \log_{10} \frac{p}{p_0} \quad (\text{dB})$$

在空气中， $p_0 = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa} = 20 \mu \text{ Pa}$ 。声压等于此基准值时，即为零分贝。

而在水中， $p_0 = 1 \times 10^{-6} \text{ Pa} = 1 \mu \text{ Pa}$ 。

2. 声功率级：表示SWL或 L_w ，定义为

$$L_w = 10 \log_{10} \frac{W}{W_0} \quad W_0 = 10^{-12} \text{ W}, \text{ 为基准声功率。}$$

3. 声强级，表示SIL或 L_I ，定义为

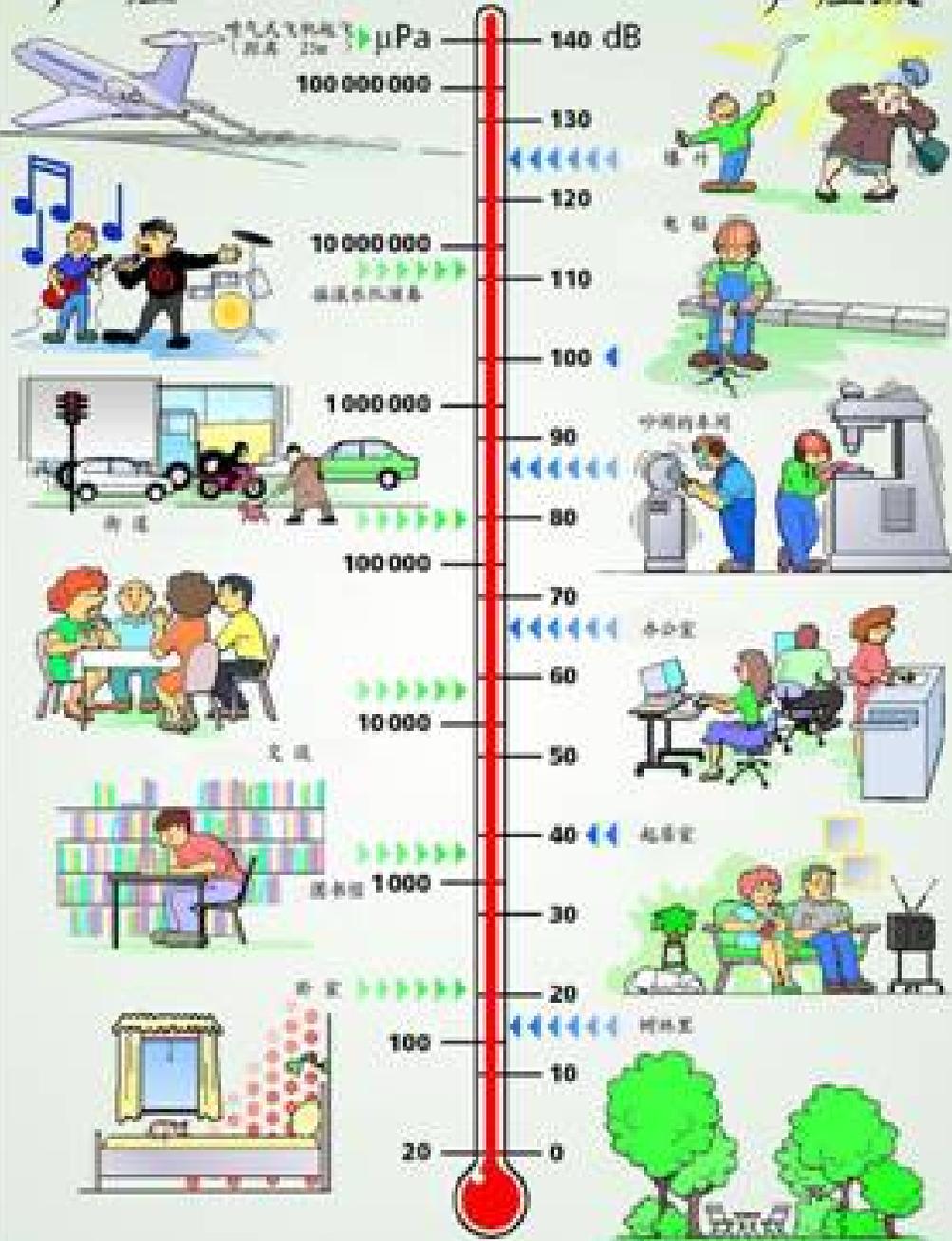
$$L_I = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 = 10^{-8} \text{ W/cm}^2, \text{ 为基准声强}$$

声压典型数据用声压级表示对比如下：

- 人耳听阈声压级为0 dB ($20 \mu\text{Pa}$) ； 房间中相互谈话的声压级约60 dB (0.02Pa) ； 飞机起飞（距离25m）噪声声压级约140 dB (200Pa) 。
- 在医学超声中，超声理疗的输出声压级约180 dB (1000Pa) ； 高强度聚焦超声的焦点处声压级约为220 dB (10^5Pa) ； 而体外冲击波碎石机的焦点处声压级可高达280 dB (10^8Pa)

声压

声压级



速度势——介质单位质量具有的声扰动冲量

$$\psi = \int \frac{p}{\rho_0} dt$$

声压、质点振速与速度势的关系：

振速： $v = -\nabla \Psi$

声压： $p = \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial t}$

Caution: $\nabla^2 \Psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$

1. 在水中有一束平面波具有100W声功率，并均匀分布在直径为40cm的圆截面上， $f = 24\text{kHz}$ ，求①声强度；②声压幅度有效值；③质点振速幅及有效值；④平均能量密度；⑤声压、声强级（均以MKS制）。
2. 求声强级为80dB（参考值 10^{-12} W/m^2 ）的声平面波在水和空气中的声能密度。
3. 扬声器的输出功率从5W提高到50W。声功率级的变化是多少？
4. 如果在水中与空气中具有同样大小的平面波质点速度幅值，问水中声强将比空气中声强大多少倍？